



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen presenta dos opciones, A y B.

El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN A

1. (2 puntos). Discutir según los valores del parámetro real λ la posición relativa de los planos:

$$\pi_1: x + z = \lambda$$

$$\pi_2: 4x + (\lambda - 2)y + (\lambda + 2)z = \lambda + 2$$

$$\pi_3: 2(\lambda + 1)x - (\lambda + 6)z = -\lambda$$

2. (2 puntos). Se consideran las rectas:

$$r: \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \quad s: \begin{cases} x - z = 4 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

- (1 punto). Hallar la recta t , perpendicular a r y a s , que pasa por el origen.
- (1 punto). Hallar las coordenadas del punto de intersección de la recta s con la recta t obtenida en el apartado a).

3. (3 puntos). Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- (1 punto). Hallar dos constantes α y β tales que $A^2 = \alpha A + \beta I$.
- (1 punto). Calcular A^5 utilizando la expresión obtenida en el apartado anterior.
- (1 punto). Hallar todas las matrices X que satisfacen: $(A - X)(A + X) = A^2 - X^2$.

4. (3 puntos). Dada la función $f(x) = \frac{1}{x}$ se pide:

- (1 punto). Hallar la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto $(a, f(a))$ para $a > 0$.
- (1 punto). Hallar los puntos de corte de la recta tangente hallada en el apartado a) con los dos ejes coordenados.
- (1 punto). Hallar el valor de $a > 0$ que hace que la distancia entre los dos puntos hallados en b) sea mínima.

OPCIÓN B

1. (2 puntos). Dada la función $f(x) = \ln \frac{x^2}{x-1}$ donde \ln significa *logaritmo neperiano*, definida para $x > 1$, hallar un punto $(a, f(a))$ tal que la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en ese punto sea paralela al eje OX.

2. (2 puntos). Se considera la función:

$$f(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$$

- a) (1 punto). Calcular los extremos locales y/o globales de la función $f(x)$.
b) (1 punto). Determinar el valor del parámetro a tal que:

$$\int_0^a f(x) dx = 1/4$$

3. (3 puntos). Se considera la familia de planos:

$$mx + (m-2)y + 3(m+1)z + (m+1) = 0$$

siendo m un parámetro real.

Se pide:

- a) (1 punto). Determinar la recta común a todos los planos de la familia.
b) (1 punto). Determinar el plano de esta familia que pasa por el punto $P(1,1,0)$.
c) (1 punto). Determinar el plano de esta familia que es paralelo a la recta:

$$r : \begin{cases} x - 2z + 1 = 0 \\ -y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

4. (3 puntos). Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & k & t \\ 0 & 0 & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & k & t \\ 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto). Hallar A^{10} .
b) (1 punto). Hallar la matriz inversa de B .
c) (1 punto). En el caso particular $k = 0$, hallar B^{10} .



MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

1. Cálculo de los rangos de las matrices del sistema: 1 punto.
Interpretación correcta: 1 punto.

2. Apartado a): 1 punto.
Apartado b): 1 punto.

3. Apartado a): 1 punto.
Apartado b): 0,5 puntos por el planteamiento.
0,5 puntos por la resolución.
Apartado c): 1 punto.

4. Apartado a): 1 punto.
Apartado b): 0,5 puntos por el planteamiento.
0,5 puntos por cada uno de los puntos de corte.
Apartado c): 0,5 puntos por el planteamiento.
0,25 puntos por calcular a .
0,25 puntos por justificar que es un mínimo.

OPCIÓN B

1. Planteamiento: 1 punto.
Resolución: 1 punto.

2. Apartado a): 1 punto.
Apartado b): 1 punto.

3. Apartado a): 1 punto.
Apartado b): 1 punto.
Apartado c): 1 punto.

4. Apartado a): 1 punto.
Apartado b): 1 punto.
Apartado c): 1 punto.